

Key

6.10 AP Practice Problems (p. 504) – Partial Fraction Decomposition

1. $\int \frac{12}{x^2 - 9} dx =$

- (A) $2 \ln \left| \frac{x-3}{x+3} \right| + C$ (B) $2 \ln \left| \frac{x+3}{x-3} \right| + C$
 (C) $\frac{4}{3} \tan^{-1} \frac{x}{3} + C$ (D) $\ln \left| \frac{x-3}{x+3} \right| + C$

$$\frac{12}{(x+3)(x-3)} = \frac{A}{(x+3)} + \frac{B}{(x-3)}$$

(x=-3) (x=3)

A = -2 B = 2

$$= \int \frac{-2}{x+3} + \frac{2}{x-3} dx$$

$$-2 \ln|x+3| + 2 \ln|x-3| + C$$

$$2 \ln|x-3| - 2 \ln|x+3| + C$$

$$2 \ln \left| \frac{x-3}{x+3} \right| + C$$

2. $\int \frac{3x}{(x-2)(x+1)} dx =$

- (A) $\frac{x^2}{2} [2 \ln|x-2| + \ln|x+1|] + C$
 (B) $\ln|x+1| - 2 \ln|x-2| + C$
 (C) $2 \ln|x+1| + \ln|x-2| + C$
 (D) $2 \ln|x-2| + \ln|x+1| + C$

$$\frac{3x}{(x-2)(x+1)} = \frac{A^{A=2}}{x-2} + \frac{B^{B=1}}{x+1}$$

(x=2) (x=-1)

$$\int \frac{2}{x-2} + \frac{1}{x+1} dx = 2 \ln|x-2| + \ln|x+1| + C$$

$$3. \int \frac{x+6}{x(x+2)} dx =$$

(A) $3x - 12 \ln|x+2| + C$

(B) $3x - 2 \ln|x+2| + C$

(C) $3 \ln|x| - 2 \ln|x+2| + C$

(D) $3 \ln|x| + 2 \ln|x+2| + C$

$$\int \frac{x+6}{x(x+2)} dx = \frac{A^{A=3}}{x} + \frac{B^{B=-2}}{x+2}$$

$(x=0)$ $(x=-2)$

$$3 \ln|x| - 2 \ln|x+2| + C$$

$$\int \frac{3}{x} + \frac{-2}{x+2} dx$$

$$4. \int_0^1 \frac{2x-1}{x^2+3x+2} dx =$$

(A) $2 \ln 2 + 3 \ln 3$

(B) $2 \ln 2 + 5 \ln 3$

(C) $-4 \ln 2 + 3 \ln 3$

(D) $-8 \ln 2 + 5 \ln 3$

$$\frac{2x-1}{(x+1)(x+2)} = \frac{A^{A=3}}{x+1} + \frac{B^{B=5}}{x+2}$$

$(x=-1)$ $(x=-2)$

$$\left[-3 \ln|x+1| + 5 \ln|x+2| \right]_0^1$$

$$-3 \ln 2 + 5 \ln 3 - (-3 \ln 1 + 5 \ln 2)$$

$$\int \frac{-3}{x+1} + \frac{5}{x+2} dx$$

$$-3 \ln 2 + 5 \ln 3 + 0 - 5 \ln 2$$

$$-8 \ln 2 + 5 \ln 3$$