8.7 p. 574 # 5-54 D251

6) a) -5 b) -5

8) a) 2 b) 2

10) a) 0 b) 0

12) -3

14) $-\infty$

16) $-\infty$

~~18)~~ $n=1$, $\boxed{0}$ $n=2$, $\boxed{\frac{1}{2}}$ $n \geq 3$, $\boxed{\infty}$

22) $\frac{1}{2}$

~~24) 0~~

26) ∞

28) 0

~~32) 0~~

30) ∞

34) 0

36) ∞

38) a) $0(\infty)$

b) 0

40) a) $(\infty)(0)$ b) 1

42) 1^{∞} b) 4 $\ln y = 4$ $y \approx 54.598$

46) ∞^{0} $\ln y = 0$ $y = e^{0} = 1$

48) a) 0^{0} b) 1

52) $\infty - \infty$ b) $\frac{-1}{8}$

54) $\infty - \infty$ b) $-\infty$

44) a) 1^{∞}

b) $\ln y = 1$

$y = \boxed{e}$

$\lim_{x \to \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^{x} = e$

50) 0^{0}

b) $\ln y = 0$

$\lim_{x \to 0^+} \left[\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)\right]^{x} = \boxed{1}$

8.7 p. 574 5-54 D2; 51 ~~18~~ ~~32~~

14) $\lim_{x\to 2^-} \frac{\sqrt{4-x^2}}{x-2} \xrightarrow{L'H} \frac{\frac{1}{2}(4-x^2)^{-1/2}(-2x)}{1} = \frac{-x}{\sqrt{4-x^2}} = \boxed{-\infty}$

38) $\lim_{x\to 0} x^3 \cot x \to 0(\infty)$

$\lim_{x\to 0} \frac{x^3}{\tan x} \to \frac{3x^2}{\sec^2 x} = \frac{0}{1} = \boxed{0}$

39) $\lim_{x\to\infty} \left(x \sin\left(\frac{1}{x}\right)\right) = \infty(0)$

$\lim_{x\to\infty} \frac{\sin(1/x)}{(1/x)} \xrightarrow{L'H} \lim_{x\to\infty} \frac{\cancel{-\frac{1}{x^2}}\cos(1/x)}{\cancel{-1/x^2}} = \lim_{x\to\infty} \cos(0) = \boxed{1}$

42) $\lim_{x\to 0^+} (e^x + \cancel{x})^{2/x} = 1^\infty$

$y = (e^x + x)^{2/x}$

$\ln y = \frac{2}{x} \ln(e^x + x)$

$\lim_{x\to 0^+} \frac{2\ln(e^x+x)}{x} = \frac{2\left(\frac{e^x+1}{e^x+x}\right)}{1}$ $\lim_{x\to 0} \frac{2(e^x+1)}{e^x+x} = \frac{2(2)}{1+0} = 4$

$e^{\ln y} = e^4$ $\log_e y = 4$

$\boxed{y = e^4} \leftarrow \boxed{e^4 = y}$

54) $\lim_{x\to 0^+}\left(\frac{10}{x}-\frac{3}{x^2}\right)$

$\lim_{x\to 0^+}\left(\frac{10x-3}{x^2}\right)=\frac{-3}{0}=\boxed{-\infty}$

44) $\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)^x=1^\infty$

$y=\left(1+\frac{1}{x}\right)^x$

$\ln y=x\ln\left(1+\frac{1}{x}\right)$

$\lim_{x\to\infty}\frac{\ln(1+x^{-1})}{\frac{1}{x}}=\frac{\frac{\cancel{-x^{-2}}}{1+\frac{1}{x}}}{\cancel{-x^{-2}}}$ $\quad\lim_{x\to\infty}\frac{1}{1+\frac{1}{x}}=1$

$\ln y=1$

$\log_e y=1 \quad e^1=y \quad \boxed{y=e}$

48) $\lim_{x\to 4^+}\left[3(x-4)\right]^{x-4}=0^0$

$\ln y=(x-4)\ln\left[3(x-4)\right]$

$\lim_{x\to 4^+}\frac{\ln(3(x-4))}{\frac{1}{x-4}}=\frac{\frac{\cancel{3}}{\cancel{3}(x-4)}}{\frac{-1}{(x-4)^2}}$

$\lim_{x\to 4^+}\left[-(x-4)\right]=0$

$\ln y=0$

$e^0=y$

$\boxed{y=e}$

50) $\lim_{x\to 0^+}\left[\cos\left(\frac{\pi}{2}-x\right)\right]^x=0^0$

$\ln y=x\ln\left[\cos(\pi/2-x)\right]$

$=\lim_{x\to 0^+}\frac{\cos(\pi/2-x)}{\frac{1}{x}}$

$\frac{-(-\sin(\pi/2-x))}{\frac{-1}{x^2}}$ $\quad\lim_{x\to 0^+} = -x^2\sin(\pi/2-x)=0$

$\ln y=0$

$\boxed{y=1}$